

Aufgaben Hypothesentests

1. Produktion von Stofftaschentüchern

In einer Firma werden Stofftaschentücher produziert und in wiederverschließbare Plastikhüllen verpackt. Bei stündlichen Prüfungen von jeweils 120 Päckchen stellt fest, dass höchstens 10% der Päckchen falsch verpackt wurden.

Wie viele falsch verpackte Päckchen dürfen bei einer Prüfung höchstens gefunden werden, damit man bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 5% davon ausgehen kann, dass die Ausschussrate sich nicht verschlechtert hat?

Lösung:

Nullhypothese $H_0: p = 0,1$; Stichprobenumfang $n = 120$; Irrtumsws. $\alpha = 5\%$

Testtyp: Rechtsseitig, denn wenn wir mehr falsch verpackte Päckchen in der Stichprobe vorfinden als bisher, dann muss H_0 abgelehnt werden.

Ablehnungsbereich: $[k; 120]$

Gesucht k und darauf basierend eine Entscheidungsregel.

$$P(X \geq k) = 1 - P(X \leq k - 1) \leq 5\%$$

$$P(X \geq k) = 1 - \text{binomcdf}(120, 0.1, X - 1) \Rightarrow \text{Y-Editor, dann 2ND TABLE.}$$

X	P_1	
14	.31266	
15	.21816	
16	.14397	
17	.08987	
18	.05309	
19	.02971	
20	.01577	
X=20		

Für $k = 19$ liegt man erstmals unter der Irrtumswahrscheinlichkeit, siehe Abbildung.

Entscheidungsregel:

Wenn 19 oder mehr Päckchen bei der Prüfung als falsch verpackt eingestuft werden, dann muss H_0 abgelehnt werden, da sich dann die Ausschussrate bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von höchstens 5% verschlechtert hat.

2. Ausbreitung eines Schädlings

In einem Wald hat sich ein Schädling ausgebreitet und man nimmt an, dass momentan höchstens 2% aller Bäume davon betroffen sind. Um dies zu überprüfen untersucht man 150 Bäume und findet darunter 5 Bäume, die von dem Schädling befallen sind.

Können wir nun bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 3% davon ausgehen, dass die unsere Annahme korrekt ist?

Wie viele Bäume müssten von dem Schädling befallen sein, damit die obige Annahme verworfen werden sollte?

Lösung:

Nullhypothese $H_0: p = 0,02$; Stichprobenumfang $n = 150$; Irrtumsws. $\alpha = 3\%$

Testtyp: Rechtsseitig, denn wenn wir „zu viele“ (also mehr als eine gewisse Anzahl k) an befallenen Bäumen zählen, dann würde dies auf eine höhere Befallsrate hindeuten und H_0 müsste abgelehnt werden.

Ablehnungsbereich: $[k; 150]$

Gesucht k und darauf basierend eine Entscheidungsregel.

$$P(X \geq k) = 1 - P(X \leq k - 1) \leq 3\%$$

$$P(X \geq k) = 1 - \text{binomcdf}(150, 0.02, X - 1) \Rightarrow \text{Y-Editor, dann 2ND TABLE.}$$

X	Y1
4	.35276
5	.18303
6	.08188
7	.03199
8	.01105
9	.00341
10	9.5E-4
X=8	

Für $k = 8$ liegt man erstmals unter der Irrtumswahrscheinlichkeit von 3%, siehe Abbildung.

Entscheidungsregel:

Wenn 8 oder mehr befallene Bäume gezählt werden, dann muss H_0 abgelehnt werden.

Entscheidung:

Da aber nur 5 befallene Bäume festgestellt wurden, kann die Annahme bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von höchstens 3% als korrekt angesehen werden.

3. Beliebtheit einer Schokoladensorte

Nach einer Werbekampagne wird davon ausgegangen, dass die Verkaufsrate der Schokoladensorte Schokotraum im Supermarkt Günstigkauf bei mindestens 4% liegt. Bei einer Umfrage unter 200 Kunden des Supermarkts stellt sich heraus, dass 8 Kunden die Schokolade gekauft haben.

Können wir nun bei einem Signifikanzniveau von 5% davon ausgehen, dass diese Annahme korrekt ist?

Wie hoch dürfte die Anzahl der Kunden, die die Schokolade gekauft haben, höchstens sein, damit die obige Annahme verworfen werden müsste?

Lösung:

Nullhypothese $H_0: p = 0,04$; Stichprobenumfang $n = 200$; Irrtumsws. $\alpha = 5\%$

Testtyp: Linksseitig, denn wenn wir „zu wenige“ (also weniger als eine gewisse Anzahl k) an Kunden zählen, dann würde dies auf eine niedrigere Verkaufsrate hindeuten und H_0 müsste abgelehnt werden.

Ablehnungsbereich: $[0; k]$

Gesucht k und darauf basierend eine Entscheidungsregel.

$$P(X \leq k) \leq 5\%$$

$$P(X \leq k) = \text{binomcdf}(200, 0.04, X) \Rightarrow \text{Y-Editor, dann 2ND TABLE.}$$

X	Y1
0	2.8E-4
1	.00266
2	.01249
3	.03953
4	.09502
5	.18565
6	.30838

X=3

Für $k = 3$ liegt man erstmals unter der Irrtumswahrscheinlichkeit von 5%, siehe Abbildung.

Entscheidungsregel:

Wenn 3 oder weniger Kunden die Schokolade gekauft haben, dann muss H_0 abgelehnt werden.

Entscheidung:

Da aber 8 Kunden gezählt wurden, kann der Annahme, dass die Verkaufsrate von „Schokotraum“ über 4% liegt bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von höchstens 5% zugestimmt werden.